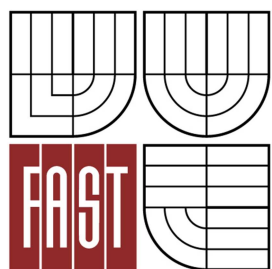




**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA STAVEBNÍ**  
**ÚSTAV BETONOVÝCH A ZDĚNÝCH KONSTRUKCÍ**

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING  
INSTITUTE OF CONCRETE AND MASONRY STRUCTURES

# **NÁVRH ZASTŘEŠENÍ ŽELEZOBETONOVOU SKOŘEPINOU**

DESIGN OF REINFORCED CONCRETE SHELL ROOF

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**  
MASTER'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**  
AUTHOR

**Bc. PAVEL BUŘIČ**

**VEDOUCÍ PRÁCE**  
SUPERVISOR

**doc. Ing. MILOŠ ZICH, Ph.D.**

BRNO 2013



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

<b>Studijní program</b>	N3607 Stavební inženýrství
<b>Typ studijního programu</b>	Navazující magisterský studijní program s prezenční formou studia
<b>Studijní obor</b>	3608T001 Pozemní stavby
<b>Pracoviště</b>	Ústav betonových a zděných konstrukcí

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

<b>Diplomant</b>	Bc. PAVEL BUŘIČ
<b>Název</b>	Návrh zastřešení železobetonovou skořepinou
<b>Vedoucí diplomové práce</b>	doc. Ing. Miloš Zich, Ph.D.
<b>Datum zadání diplomové práce</b>	31. 3. 2012
<b>Datum odevzdání diplomové práce</b>	11. 1. 2013
V Brně dne 31. 3. 2012	

.....  
prof. RNDr. Ing. Petr Štěpánek, CSc.  
Vedoucí ústavu

.....  
prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc.  
Děkan Fakulty stavební VUT

## **Podklady a literatura**

1. Stavební podklady (půdorys, řez, pohledy).
2. Normy pro navrhování betonových konstrukcí ČSN a EN.
3. Zich M., Bažant Z., Plošné konstrukce nádrže a zásobníky, Akademické nakladatelství Cerm, 2010.
4. Zich M., kol., Příklady posouzení betonových prvků dle Eurokódů, Nakl. Verlag Daschofer, Praha 2011.
5. L. Grenčík: Betonové konstrukce II. SNTL/ALFA 1986.
6. D. Majdúch: Zásady vystužovania betónových konštrukcií. ALFA 1984.

## **Zásady pro vypracování**

Vypracovat stavební a konstrukční návrh stavby dle předaných rozměrových, materiálových a zatěžovacích parametrů. Provést návrh nosných prvků. Řešení provést včetně nezbytné výkresové dokumentace (výkresy tvaru a výztuže). Bude provedena specializace z oboru pozemního stavitelství v rozsahu cca 10%.

Ostatní úpravy provádějte podle pokynů vedoucího diplomové práce.

Požadované výstupy:

Textová část (obsahuje průvodní zprávu a ostatní náležitosti podle níže uvedených směrnic)

Přílohy textové části:

P1. Použité podklady a varianty řešení

P2. Výkresy (přehledné, podrobné a detaily v rozsahu určeném vedoucím diplomové práce)

P3. Stavební postup a vizualizace

P4. Statický výpočet (v rozsahu určeném vedoucím diplomové práce)

Licenční smlouva poskytovaná k výkonu práva užít školní dílo (3x), Prohlášení o shodě

listinné a elektronické formy VŠKP (3x), Popisný soubor závěrečné práce

Diplomová práce bude odevzdána 1x v listinné podobě a 2x v elektronické podobě na CD.

## **Předepsané přílohy**

.....  
doc. Ing. Miloš Zich, Ph.D.  
Vedoucí diplomové práce

### **Abstrakt**

Cílem této práce je studovat chování tenkých železobetonových skořepin s velkým rozpětím, které přesahuje 200 m. Hlavním cílem je najít ideální tvar takovéto konstrukce, abychom zajistili pouze tlakové namáhání bez účinku ohybu, což nám umožňuje zastřešit velký prostor s použitím velmi tenké skořepiny. Pro řešení vnitřních sil byla použita metoda konečných prvků (ANSYS). Výkresy tvaru této skořepiny jsou součástí tohoto projektu.

### **Klíčová slova**

Monolitická železobetonová konstrukce, zatížení, vnitřní síly, tenká skořepina, Ansys, metoda konečných prvků.

### **Abstract**

The purpose of this thesis is to study behaving of thin reinforced concrete shell structure with a huge span which overcomes two hundred meters. The main goal is to find an ideal shape of such structure to ensure only compression without bending tension which allows us to cover huge area with a very thin shell. For solution of internal forces was used the finite element method (ANSYS). The blueprints of shape of this shell are the part of this project.

### **Keywords**

Monolith concrete structure, loading, internal forces, thin shell, Ansys, finite element method.

...

### **Bibliografická citace VŠKP**

BUŘIČ, Pavel. *Návrh zastřešení železobetonovou skořepinou*. Brno, 2012. 41 s., 132 s. příl., 7 výkr. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav betonových a zděných konstrukcí. Vedoucí práce doc. Ing. Miloš Zich, Ph.D..

**Prohlášení:**

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval(a) samostatně a že jsem uvedl(a) všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 17.12.2012

.....  
podpis autora  
Pavel Buřič

## **Poděkování:**

Rád bych poděkoval vedoucímu mé diplomové práce – Ing. Miloši Zichovi, Ph.D. – za jeho rady během konzultací a za usměrnění mé práce správným směrem. Dále pak samozřejmě své rodině, především svým rodičům, za psychickou i finanční podporu po celou dobu mého studia, což mi umožnilo se plně soustředit na studium a také na řešení této závěrečné práce.



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ  
ÚSTAV BETONOVÝCH A ZDĚNÝCH  
KONSTRUKCÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING  
INSTITUTE OF CONCRETE AND MASONRY STRUCTURES

## A) TEXTOVÁ ČÁST

DIPLOMOVÁ PRÁCE  
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Bc. PAVEL BUŘIČ

VEDOUcí PRÁCE  
SUPERVISOR

doc. Ing. MILOŠ ZICH, Ph.D.

BRNO 2013



## Obsah

<b>1. Úvod .....</b>	<b>10</b>
<b>2. Průvodní zpráva .....</b>	<b>11</b>
2.1. Úvod.....	11
2.2. Podklady .....	11
2.3. Popis konstrukce.....	11
2.4. Dimenzované části .....	12
2.5. Závěr průvodní zprávy .....	12
<b>3. Výběr zadání .....</b>	<b>13</b>
3.1. Felix Candela.....	15
3.2. Hyperbolický paraboloid.....	19
3.3. CNIT Building.....	21
3.3.1. Historie.....	22
3.3.2. Stavba náměstí na La Défence .....	23
3.3.3. První přestavba, rok 1988 .....	23
3.3.4. Druhá přestavba, rok 2009 .....	24
3.3.5. Architektura .....	24
<b>4. Určení tvaru CNIT building .....</b>	<b>26</b>
4.1. Rešerše textů.....	26
4.2. Fotogrammetrie .....	26
4.2.1. Úskalí fotogrammetrie .....	26
4.2.2. Ukázka určení rozměrů .....	27
4.2.3. Hlavní rozměry skořepiny.....	28
4.3. Model 1.....	28
4.4. Model 2.....	31
4.4.1. <i>Popis přechodného modelu</i> .....	31
4.4.2. Experimentální určení ideálního tvaru .....	32
4.4.3. Chování ohybově netuhého prvku – řetězu.....	33
4.4.4. Princip modelu 2 .....	40
<b>5. Závěr .....</b>	<b>41</b>
<b>6. Seznam použitých zdrojů .....</b>	<b>42</b>
<b>7. Seznam zkratk .....</b>	<b>43</b>
<b>8. Seznam příloh.....</b>	<b>45</b>

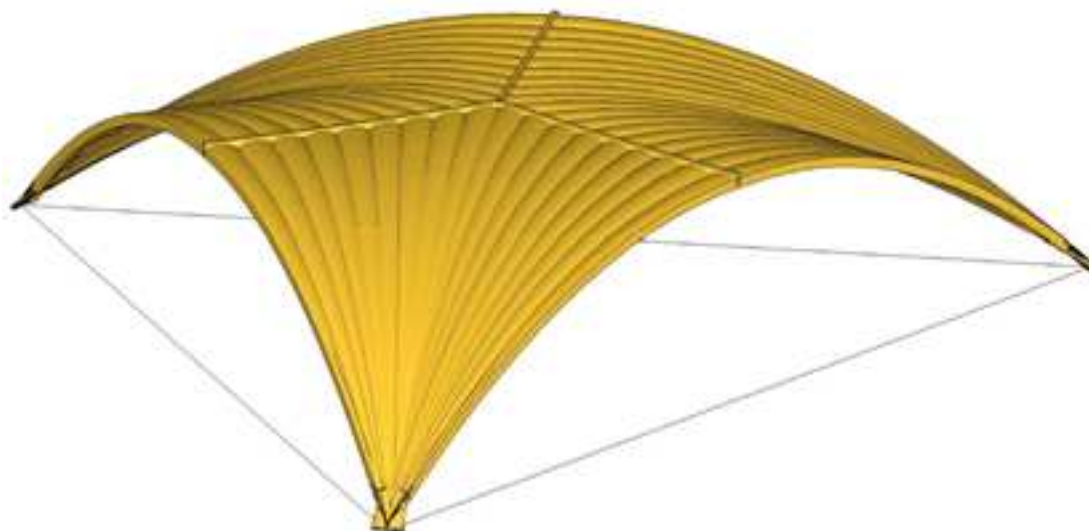
## 1. Úvod

Během studia na vysoké škole stavební se člověk seznamuje se spoustou nových věcí a poznatků, které mu byly do nedávna ještě vzdálené. Studium nám dává možnost nahlédnout pod pokličku mnohých „záhad“ postupů a výrobků, které nás obklopují. I přes velké množství hodin strávených učením a nad knihami, člověk nakonec zjišťuje, že se během studia seznámil jen se špičkou ledovce daného studia a většina vědění zůstává stále skryta kdesi pod hladinou tajemna. Nezbyvá než vytrvat a znovu a znovu se snažit odkrýt větší část problému.

Pro mne jsou takovýmto ledovcem, kterého jsem se na vysoké škole dotkl, železobetonové stavby, tedy konstrukce, které dnes tvoří jednu z nejpočetnějších skupin realizovaných staveb. Beton nám, při dnešním stavu poznání a technologie, dává možnost vytvářet konstrukce takřka libovolných tvarů, které lahodí oku a jsou i technicky „chytře“.

Jedno téma, které jsme na škole probírali pouze v posledním semestru a tedy jen v omezené míře, jsou železobetonové stavby velkých rozpětí. Ať už mám na mysli mostní konstrukce, či zastřešení na velká rozpětí. Nakonec zjistíme, že problematika je u obou odvětví poměrně shodná. Rozhodl jsem se tedy řešit právě takové konstrukce, které svým tvarem umožňují překonání velkých vzdáleností pouze s malým množstvím podpor.

Z několika rozličných staveb jsem nakonec zůstal u pozemního stavitelství a vybral jsem si řešení skořepiny zakrývající v Paříži ve čtvrti La Défence celé Centre des nouvelles industries et technologies (CNIT). Tedy oblast o rozloze více jak neuvěřitelných 20,5 tis m<sup>2</sup>. Celá stavba je ještě více neuvěřitelná, pokud si uvědomíme, že skořepina nad tímto ohromným prostorem je podpírána pouze ve třech bodech.



*Obr.1.1. Vizualizace řešené skořepiny*

Doufám, že tato diplomová práce bude výstižnou studií konstrukčního řešení monolitické skořepiny s velkým rozpětím. Na tomto místě bych rád upozornil, že se nejedná o dokumentaci, která by beze změny mohla být použita pro zbudování takovéto konstrukce. Jde spíše o studii, která mi má pomoci lépe pochopit chování podobných staveb.

## 2. Průvodní zpráva

### 2.1. Úvod

Úkolem práce je vytvoření stavebního s konstrukčního návrhu stavby. Z nedostatku podkladů je nutno nejprve najít předpokládaný tvar z popisů v literatuře, případně z fotodokumentace stavby. Pokud by se podařilo nalézt podklady ve formě výkresů, tak přednostně použít je.

Z geometrického uspořádání konstrukce je nutno vyvodit zatěžovací stavy s důrazem především na vlastní tíhu, která bude převládajícím zatížením. Z takto vytvořeného modelu určit ideální tvar konstrukce pro přenos statického zatížení od vlastní tíhy a sněhu (se zatížením větrem, kvůli složité tvarovosti, nebude počítáno, dynamické účinky nejsou zahrnuty), tedy určení takzvaného ZÁKLADNÍHO TVARU (basic stage), se snahou co nejvíce využít klenbového účinku celé skořepiny.

Nakonec bude vypracována výkresová dokumentace skořepiny a to především výkresy tvaru a dále pak výkres výztuže.

### 2.2. Podklady

[A] Fotografie, mapové podklady, virtuální mapy, popisy kce v literatuře.

[B] Normy:

- [1] ČSN EN 1990. *Zásady navrhování konstrukcí*. Praha: Český normalizační institut, 2004.
- [2] ČSN EN 1991-1 až 4. *Zatížení stavebních konstrukcí*. Praha: Český normalizační institut, 2004-2007.
- [3] ČSN EN 1992-1-1. *Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí- Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. Praha: Český normalizační institut, 2006.

### 2.3. Popis konstrukce

#### *Konstrukce, tvar*

Jedná se o monolitickou konstrukci z železobetonu. Nad trojúhelníkovým půdorysem se vzpíná železobetonová skořepina, která se skládá ze třech shodných segmentů, které jsou symetricky umístěné na konstrukci. Podpory jsou pouze ve vrcholech půdorysného rovnostranného trojúhelníku o straně 218 m. Jednotlivé segmenty svým tvarem připomínají hyperbolický paraboloid. Tyto segmenty jsou rozčleněny systémem žeber, které se od vrcholu sbíhají směrem k podporám. Tvar skořepiny kopíruje klenbu, tedy do podpor jsou přenášeny velké horizontální síly. Ty je nutné přenést systémem táhel, které svazují jednotlivé základové bloky. Založení ve třech bodech tvoří masivní základové bloky, které jsou kluzně položeny na základové desce, která je pro zvýšení únosnosti podporována systémem pilot. Vzepětí skořepiny činí více jak 46 m.

**Statické schéma**

Zastřešení je tvořeno železobetonovou skořepinou proměnné tloušťky 1,125 – 0,3 m (směrem k vrcholu se snižuje). Skořepina je rozdělena na tři symetrické segmenty, jež jsou dále členěny každý na devět žeber. Dvojitá křivost takto vytvořené skořepiny zajišťuje její prostorovou tuhost. Skořepina se opírá ve třech bodech do masivních základových bloků, které jsou svázány systémem táhl pro přenos vodorovných sil. Základové bloky jsou kluzně uloženy na masivní základové desce podpořované systémem pilot (ty nejsou součástí výpočtu).

**Zatížení**

Jsou uvažovány tyto zatěžovací stavy: vlastní tíha konstrukce, klimatické zatížení sněhem na část, či celou skořepinu.

Jelikož určení tvaru skořepiny je odvislé od zatížení, nemohou být použity součinitele spolehlivosti, jež určují Eurokódy. Je nutné uvažovat s přesnou hodnotou stálého zatížení. Naopak při užití klimatického zatížení jsou uvažovány součinitele spolehlivosti podle této normy.

Objekt se nachází ve středozápadní evropské klimatické oblasti a leží v zóně N°= 1. Nadmořská výška Paříže je 35 m. Se zatížením větrem není uvažováno. Stupeň vlivu prostředí pro mnou řešené části je XC3 (středně vlhké - předpoklad chránění betonu před deštěm pomocí např. HI folie).

**2.4. Dimenzované části****Skořepina**

Jedná se o tenkou železobetonovou skořepinu o proměnné tloušťce 1,125 až 0,3m, která je lokálně podepřena ve třech bodech vzdálených 218 m pomocí masivních železobetonových monolitických bloků. Skořepina je vytvořena z betonu pevnosti C30/37 XC3 se zpracovatelností S2 (dle ČSN EN 206-1). Výztuž je z oceli B 500B (tedy dle dřívějšího označení se jedná o ocel 10 505 (R)).

**Táhla**

Táhla slouží pro přenos vodorovných sil působících na základové bloky, je uvažováno se stálým zatížením a zatížením sněhem. Táhla jsou tvořeny systémem předpínacích lan (Y 1860 S7 – 15,7 – A) bez soudržnosti. Jednotlivá lana jsou v obalu z HDPE vyplněném mazivem. Dále jsou tyto lana uspořádána do svazků po devatenácti lanech. Tyto svazky jsou opět v HDPE obalu vyplněném cementovou suspenzí. Kotvení těchto svazků zajišťuje kotva 19C15 systému Freyssinet upevněných do základových bloků.

**2.5. Závěr průvodní zprávy**

Základová spára bude zkontrolována a převzata statikem. Při výstavbě je nutné řídit se pokyny stavbyvedoucího a provádět stavbu v souladu se statickým výpočtem. Při odchylkách od projektové dokumentace je potřeba problematiku vždy zkonzultovat se statikem. Povinností všech účastníků výstavby je se řídit obecně platnými ustanoveními BOZP.

### 3. Výběr zadání

Při hledání zadání své diplomové práce jsem postupoval tak, abych vybral co nejlépe. Již nějakou dobu pracuji ve statické firmě a zabývám se různými betonovými konstrukcemi a jejich statikou. Musím přiznat, že za poslední rok jsem spadl do určitého kliše zadání – řešení - zpracování řešení. Cílem mé diplomové práce měla tedy být stavba, která by mne vytrhla z onoho monotónního postupu statika-výpočtáře. Co se mi nabízelo?

Mohl jsem si vybrat ze zadaných témat různých vedoucích na ústavu betonových a zděných konstrukcích, ale to pro mne má úskalí, že daná témata jsou člověku zprvu cizí a zpravidla s nimi není ztotožněn. Druhou možností bylo vybrat si téma své vlastní, takové, které by mi sedělo a které bych rád zpracovával s potěšením a zálibou.

Vybral jsem se touto druhou cestou. Chtěl jsem zpracovávat projekt, který by byl jak konstrukčně „chytrý“, tak i esteticky zajímavý. Architekti se dnes zabývají různými tvary, pro které čerpají inspiraci snad ze všeho, co nás obklopuje. Velkým trendem jsou matematicky těžko, nebo vůbec popsatelné tvary, které bychom mohli nazvat zoomorfními či snad biomorfními. Jako předloha, jak už název naznačuje, jsou používána zvířata, rostliny, buňky apod.

U nás rozvoj těchto tvarů zažil velký boom po roce 1989, kdy došlo k uvolnění politické situace, čímž nastala i možnost vnímat směry umění v okolních státech. Bohužel k jejich realizacím v architektuře dochází na území ČR jen zřídka. Asi největší uskutečněnou stavbou na našem území je letištní terminál na letišti Brno-Tuřany (Petr Parolek, 2006)[1][2], je to taky výborný zástupce takzvaných „blobů“[3].



**Obr.3.1.** Terminál na letišti Brno-Tuřany (P. Parolek) a Tančící dům na Rašínově nábřeží v Praze (Frank Owen Gehry, Vlado Milunić)

Další velmi známou stavbou, která si hraje s tvarovostí křivek je tzv. Tančící dům (Frank Owen Gehry, Vlado Milunić, 1996) [4]. Velkým obdivovatelem přírodních tvarů je samozřejmě i český rodák, který žil především v Londýně, Jan Kaplický.

Musíme si přiznat, že okolní svět objevuje estetičnost biomorfních tvarů daleko dříve a před námi. Ať už mám na mysli vynikajícího architekta Niemeyera [5], konstruktéra Ove Arupa [6], výtečný Piera Luigi Nerviho [7], či Felixe Candelu [8][9]. Právě posledně jmenovaný byl pro mne velkým impulzem pro rešerši krásných tvarů světové architektury, přinutil mne se opět zabývat deskriptivní geometrií a to především

zborcenými plochami. Postupem času jsem se znovu dostal k termínům jako je hyperboloid, cylindroid, paraboloid, konoid a především hyperbolický paraboloid. Felix Candela velmi často používal hyperbolický paraboloid, aby vytvořil skvostné a důmyslné stavby jako například zastřešení restaurace Los Manantiales v Xochimilcu, poblíž Mexico City, nebo kostel Virgen Milagrosa přímo v Mexico City. Tvary jsou to natolik zajímavé, že jsem chtěl zpracovat něco podobného i v mé závěrečné práci. Tedy další rešerše se ubírala směrem Felix Candela a hyperbolický paraboloid.



**Obr.3.2.** Katedrála v Brazílii (Oscar Niemeyer) a sportovní hala v Římě (Pier Luigi Nervi)



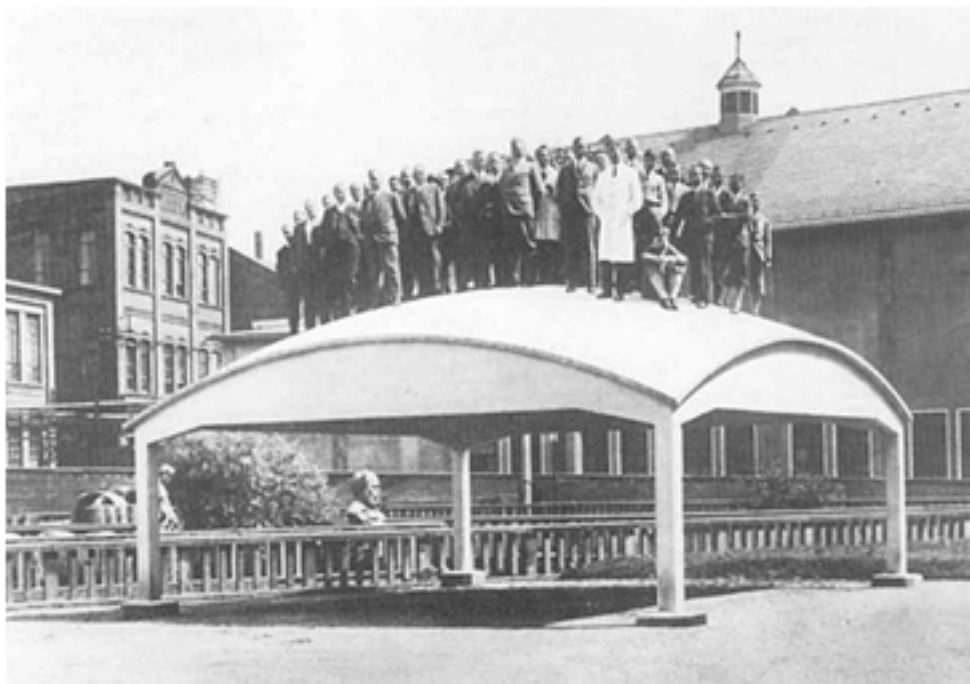
**Obr.3.3.** Dům opery v Sydney (Ove Arup)

Dobrým průvodcem skořepinami je prof. inž. dr. Zdeněk Šmerda, C.Sc., který ve své publikaci [10] nastiňuje i způsob statického řešení takovýchto řekněme netypicky tvarovaných skořepin.



### 3.1. Felix Candela

Felix Candela vyrostl v Madridu ve Španělsku a studoval architekturu mezi roky 1927 a 1935 na universitě Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid (E.T.S.A.M.). Již v roce 1935 získal grant za svou tezi „vliv nové technologie zpracování betonu na plastickou architekturu“, aby mohl navštívit Franze Dischingera, který tou dobou pracoval na Technische Universität v Berlíně, a studovat teorii betonových skořepin.



**Obr.3.1.1** Zatěžovací zkouška v podání Prof. Dr. Ing. Franze (Antona) Dischingera, který žil mezi léty 1887 a 1953 a pracoval na Technische Universität in Berlin

Bohužel španělská občanská válka přerušila Candelův plán a on, který se rozhodl bojovat na straně republikánů proti Frankovi, emigroval v roce 1939 do Mexika. Mexické občanství získal v roce 1941 a začal pracovat jako architekt a návrhář.

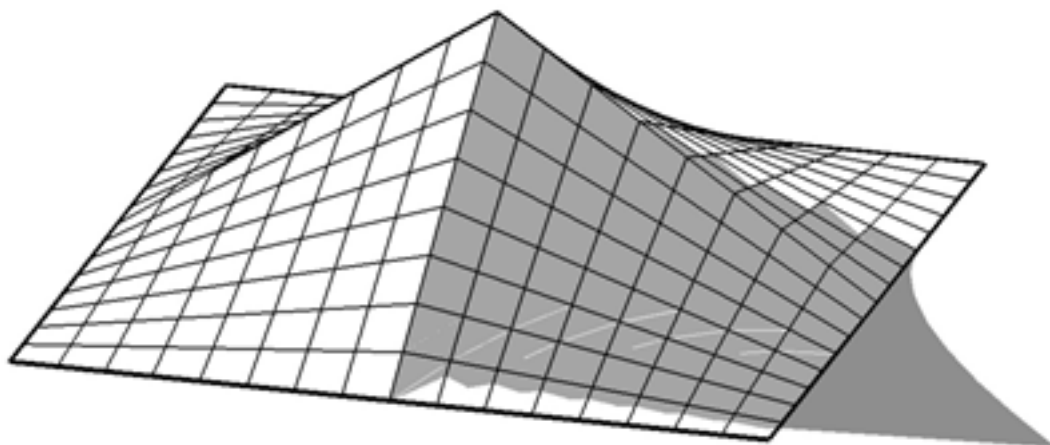
Velké množství peněz, které náhodně vyhrál v loterii, investoval se svým bratrem Antoniem do filmového průmyslu, ale tento počin skončil bankrotem. Přibližně ve stejnou dobu založil s Antoniem Cubiertas Alem stavební firmu, která dosáhla velkých úspěchů. Mezi roky 1950 a 1968 firma realizovala okolo osmi set betonových skořepin, což z Candeli vytvořilo jednoho z největších stavitelů dvacátého století.

Felix Candela se specializoval především na jeden tvar a tím byl hyperbolický paraboloid. Důvodů bylo hned několik. Zprvce se hyperbolický paraboloid dá poměrně jednoduše řešit co se statiky a vnitřních sil týče (viz např. [10]). Zadruhé skořepina tohoto tvaru mohla být v té době vytvořena za rozumnou a tedy i konkurence schopnou cenu, protože bednění může být vytvořeno pomocí rovných prvků kopírujících tvořící přímky hyperbolického paraboloidu. S různými varietami a kombinacemi tohoto tvaru se Candelovi podařilo aplikovat hyperbolický paraboloid na velké množství různých typů budov od skladiště a tržiště až po kostely, restaurace, divadla, kina, stadiony a stanice metra.

Jeho spolupracovník Cubieras Ala byl velmi úspěšný s aplikací tzv. deštníků, které se skládaly ze čtyř HP skořepin umístěných vedle sebe se společným centrálním pilířem, ve kterém byl vytvořen prostup pro odvod vody. Tyto jednotlivé deštníky spojoval do velkých skupin a tím vytvořil průmyslové a jiné haly s omezeným množstvím sloupů umístěných v dispozici objektu. Mnoho takovýchto staveb je dodnes v Mexiku zachováno.



**Obr.3.1.2.** Aplikace „deštníků“ jako zastřešení skladiště v Riu.



**Obr.3.1.3.** Model „deštníku“, který se skládá ze čtyř hyperbolických paraboloidů s rovnými okraji. Tento tvar byl využit i u základů sloupů.

Jednoduchost „deštníků“ zajišťovalo finanční jistotu firmy, ale mnohem zajímavější skořepiny vytvářel Candela, mnoho z nich tvořilo zastřešení kostelů, kterými se Candela tolik proslavil. Jako vysokoškolsky vzdělaný architekt a jako statik a podnikatel samouk se Felix Candela stal skutečným mistrem těchto oborů, který vytvářel skořepiny jako skutečný „Gesamtkunstwerk“. Z železobetonové skořepiny nevytvořil pouze zastřešení, ale hotové umělecké dílo harmonicky spojené s účelnou a velmi ekonomickou konstrukcí, které mělo ducha spíše umělecky ztvárněné skulptury, než obyčejné střechy.

Ekonomičnost návrhu ho vedla k neuvěřitelné štíhlosti. Jeho první větší skořepina, Laboratorio de Rayos Cósricos, měla tloušťku pouhých 15 mm, avšak později se tloušťka jeho skořepin ustálila na 40 mm. Jeho skořepiny byly většinou vyztuženy pouze jednou vrstvou výztuže v každém směru. S tímto přístupem k zastřešení ploch Candela určil nepřekročitelnou hodnotu rozpětí na 30 m.





*Obr.3.1.4. Demonstrace ruční práce při vytváření skořepin.*

Ekonomičnost skořepin spočívala především v tom, že práce v Mexiku byla velmi levná, naopak materiál byl velmi drahý. Skořepiny při své malé tloušťce splňovali podmínky na malou materiálovou náročnost. Naopak podskenzení, jež se vytvářelo vždy nové, bylo, i přes použití rovných prvků, poměrně pracné, ale pracovní síla nebyla v Mexiku tolik ceněna, takže Candela mohl vytvořit skvostné tvary při zachování konkurenceschopnosti.

Mnoho jeho světoznámých skořepin je relativně dobře zpracovaných a můžeme je dodnes najít především v Mexico City a okolí. Mezi ty nejznámější a nejdůležitější skořepiny patří Laboratorio des Rayos Cósricos v kampusu Universidad Nacional Autónoma de México, kostel v centru města a další v Cuernavacu, restaurace Los Manantiales v Xochimilco, či továrna Bacardi.



*Obr.3.1.5. Laboratorio des Rayos Cósricos a kostel nedaleko Cuernavacu*



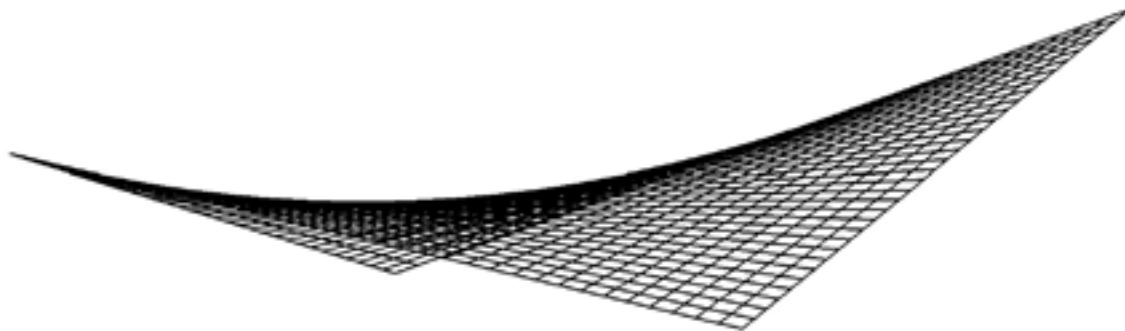
*Obr.3.1.6. Restaurace Los Manantiales v Xochimilco a destilérie Bacardi*

V roce 1971 se díky své reputaci dostal na University of Illinois v Chicagu. Přestěhoval se do Spojených Států a žil tam až do roku 1997. Jeho práce je velmi dobře zdokumentována [11]. Dokonce sám Candela sepsal a publikoval svoje poznatky chování hyperbolických paraboloidů.

Candela během svého života vytvořil neuvěřitelné množství krásných a účelných staveb, byl to umělec a technik v jedné osobě. Jeho příklad motivoval mnoho dalších, aby jej následovali a napodobovali. Avšak jak sám říkal: „Genialita je z 99% dřina a z 1% dar.“ Také si stěžoval na moderní architekty, kteří nevědí nic o staticce staveb, stejně tak na statiky, kteří sice spočítají mnohé, ale celkový koncept stavby jim nic neříká. Toto bychom měli ctít i dnes. Je nutné rozumět stavbám, jak z pohledu estetického, tak statického. Jedno bez druhého nemůže existovat. Candela byl jistě příkladem takového schopného člověka s citem pro architektury i statiku jako takovou.

### 3.2. Hyperbolický paraboloid

Hyperbolický paraboloid vytváří tvarově zajímavé plochy, které mají tu výhodu, že je lze sestavit pomocí přímek, tedy například při vytváření bednění pro tyto plochy si vystačíme s rovnými prkny šalování. Další výhodou je poměrně jednoduchá možnost vytyčení budoucí konstrukce.



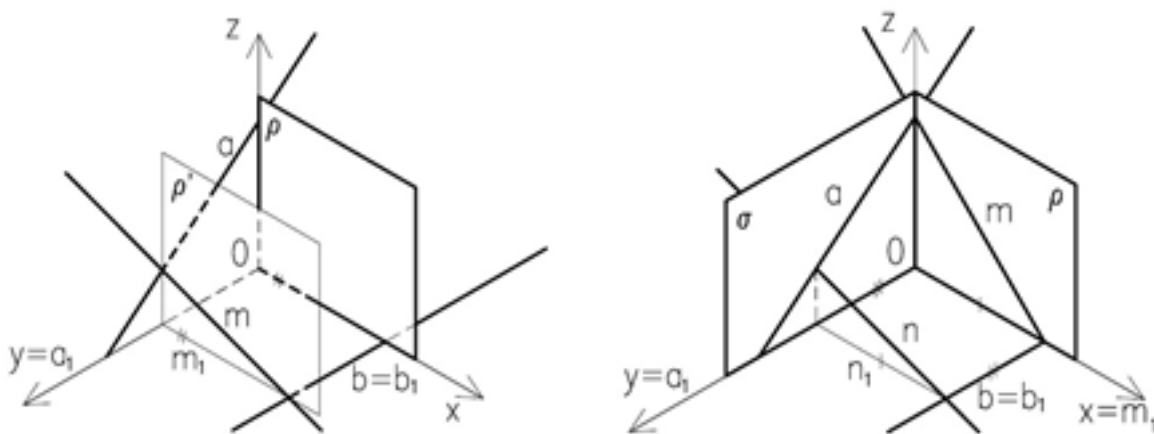
**Obr.3.2.1.** Hyperbolický paraboloid a jeho tvořící přímky

Tvarovost této zborcené plochy mne na tolik zaujala, že jsem si ji vybral i jako předmět své diplomové práce, dalším krokem bylo najít takovou konstrukci, která využívá tvar hyperbolického paraboloidu. Realizací tohoto tvaru bylo uskutečněno mnoho, jako již zmiňované konstrukce od Felixe Candeli, ale i jiné.

Hyperbolický paraboloid je zborcená plocha s těmito řídícími prvky:

- mimoběžky  $a, b$ ,
- nevlastní přímka  $\infty c$ , která neobsahuje nevlastní body přímek  $a, b$ .  
Nevlastní přímka je reprezentována řídící rovinou  $\rho$  (ta není rovnoběžná s žádnou z přímek  $a, b$ ).

Tvořícími přímkami jsou příčky mimoběžek  $a, b$  rovnoběžné s řídící rovinou  $\rho$  (viz obrázek). Řídící přímky  $a, b$  jsou rovnoběžné s rovinou  $\sigma$ . Dvě příčky mimoběžek  $a, b$  - např. přímky  $m, n$  - určují spolu s rovinou  $\sigma$  tutéž plochu jako trojice  $a, b, \rho$ .



**Obr.3.2.2.** Hyperbolický paraboloid a způsob jeho sestavení

Hyperbolický paraboloid má dvě řídící roviny a dva přímkové reguly, které mají tyto vlastnosti:

- každé dvě přímky téhož regulu jsou mimoběžné,

- všechny přímky téhož regulu jsou rovnoběžné s jednou řídící rovinou,
- každé dvě přímky různých regulů se protínají a určují tečnou rovinu hyperbolického paraboloidu ve svém průsečíku,
- na hyperbolickém paraboloidu neexistují torzální přímky.

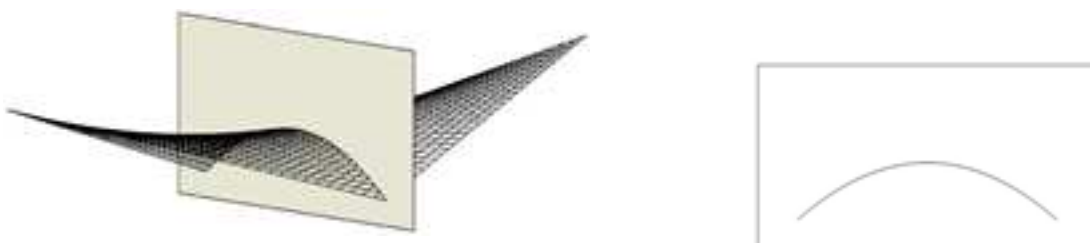
Libovolná dvojice přímek jednoho regulu a libovolná dvojice přímek druhého regulu určují tzv. zborcený čtyřúhelník ABCD. Je to čtyřúhelník, jehož vrcholy neleží v jedné rovině.

Řez hyperbolického paraboloidu rovinou, která je

- rovnoběžná s některou z řídících rovin, je jedna tvořící přímka;
- tečnou rovinou plochy, je dvojice tvořících přímek;
- rovnoběžná s osou plochy (ne s řídící rovinou), je parabola s osou rovnoběžnou s osou plochy;
- jiná než předchozí, je hyperbola, která má asymptoty rovnoběžné s průsečnicemi roviny řezu s řídícími rovinami hyperbolického paraboloidu.



**Obr.3.2.3.** Řez v podélné ose plochy vytváří parabolu



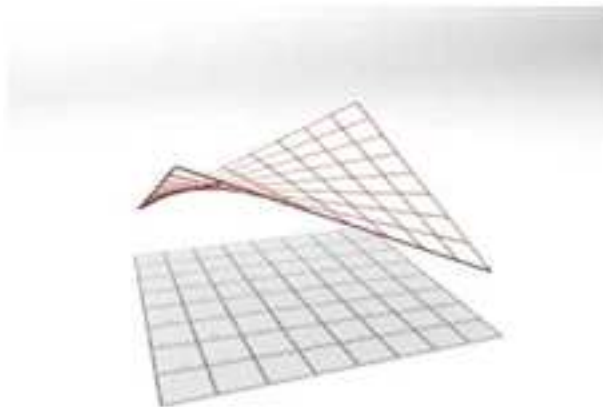
**Obr.3.2.4.** Řez v příčné ose plochy také vytváří parabolu



**Obr.3.2.5.** Řez v tomto případě horizontální vytváří hyperbolu

Je-li rovina řezu speciálně kolmá na osu plochy, je řezem hyperbola se středem na ose plochy a asymptotami rovnoběžnými s vrcholovými přímkami  $u$  a  $v$ . Hlavní roviny protínají plochu v hlavních (sedlových) parabolách. [12]

Hyperbolický paraboloid lze také sestavit jako translační plochu z jeho sedlových parabol. Velmi často se používá ta varianta, kdy jsou osy obou parabol vertikální. V tomto případě je průmět na půdorys tvořen sítí ze dvou skupin rovných paralelních čar.



**Obr.3.2.6.** *Pokud jsou osy obou parabol vertikální, pak je průmět HP tvořen dvěma skupinami rovných paralelních čar*

Fakt, že mohou být vytvořeny dvě skupiny rovných úseček, které tvoří skořepinu, je velmi výhodný při uvádění tohoto tvaru do praxe. Například při vytváření bednění pro hyperbolický paraboloid si vystačíme pouze s rovnými, tedy nijak zakřivenými, prvky. Kvůli této výhodě ale také kvůli jejich zajímavému tvaru byly často používány pro zastřešení různých objektů a i dnes se tyto tvary hojně využívají.

### 3.3. CNIT Building

Centrum nového průmyslu a technologií je jednou z prvních velkých staveb, které vznikly na La Défense v Paříži (dříve městečko Puteaux). Dnes stavba slouží jako velký komplex plný obchodů, výstavních a konferenčních sálů, kanceláří, ale je zde i hotel Hilton. Svým tvarem kopíruje tvar hyperbolického paraboloidu. Je to velmi pěkná a zajímavá stavba, kterou jsem se rozhodl blíže analyzovat.



**Obr.3.3.1.** *Centre des nouvelles industries et technologies (CNIT)*



### 3.3.1. Historie

První stavební práce započali osmého května roku 1956. Architekti byli Robert Edouard Camelot, Jean de Mailly, Bernard Zehruss. K ruce jim byli inženýři Jean Prouvé, který navrhoval vnitřní stavbu, jež je umístěna pod skořepinou nezávisle na ní, a Nicolas Esquillan, který měl na starosti právě tenkou železobetonovou skořepinu.



*Obr.3.3.1.1. CNIT building během své výstavby v roce 1957*

V době, kdy probíhala stavba CNIT ještě nynější obchodní čtvrť La Défence neexistovala. Staveniště bylo umístěno na kruhovém obězdu (tzv. „rond point“), kde byla umístěna stará továrna Zodiac Aerospace. Tato čtvrť dostala během výstavby CNIT building svůj název podle sochy s názvem „La Défence De Paris“ (tedy: Obrana Paříže) od sochaře Louis-Ernesta Barrise, které byla umístěna na přírodním návrší mezi městy Puteaux a Courbevoie. Socha byla původně postavena v roce 1883, později však byla přemístěna na západní část La Défence, kde stojí dodnes.



*Obr.3.3.1.2. Socha s názvem „La Défence De Paris“, která dala jméno celé čtvrti*

Původně zamýšlená jako výstavní centrum pro francouzský strojí průmysl byla CNIT dne dvanáctého září 1958 uvedena do provozu tehdejším generálem, pozdějším francouzským prezidentem Charlesem de Gaullem.

### 3.3.2. Stavba náměstí na La Défence

V roce 1978 bylo hned vedle CNIT building postaveno velké náměstí. Nově zbudované prostory pro pěší překrývali železniční stanici, všechny koleje a také dobrou třetinu výšky CNIT building. Vstupní objekty do budovy charakteristické svým hranolovitým tvarem bylo potřeba odstranit. Náměstí La Défence nyní překrývá velkou plochu jižně od budovy a jeho vrchní pochozí plocha je tři podlaží nad úrovní původního terénu.



*Obr.3.3.2.1. Výstavba náměstí La Défence. Dole je vidět ještě nezakrytá dráha metra.*

### 3.3.3. První přestavba, rok 1988

Během roku 1988 byl celý prostor zakrytý železobetonovou skořepinou zcela vybourán. Proběhlo znovu vestavění nového objektu, který zvýšil užitnou plochu z původních 100000 m<sup>2</sup> na dvojnásobnou velikost, tedy 200000 m<sup>2</sup>. Jediné co zbylo z původního uspořádání, byla ohromná skořepina. Vnitřní konstrukce, která nyní slouží pro kanceláře, obchody a dokonce i luxusní hotel (Paris La Défence Hilton) byla radikálně změněna.



*Obr.3.3.3.1 Rekonstrukce z roku 1988, kdy došlo ke kompletnímu odstranění vnitřních konstrukcí*

### 3.3.4. Druhá přestavba, rok 2009

Hlavní část stavebních úprav CNIT building byla dokončena v létě roku 2009. Největší změnou bylo rozšíření veřejně přístupného prostoru otevřením nižšího podlaží, kde jsou nyní umístěny obchody a restaurace. Během této přestavby byl především kladen důraz na nový moderní design interiéru.



*Obr.3.3.4.1. Rekonstrukce z roku 2009 se týkala především interiéru (obrázky před a po rekonstrukci)*

Avšak mnoho zajímavých estetických prvků bylo nahrazeno moderními a však ne zcela zajímavými prvky. Příkladem mohou být třeba madla dveří. Dříve měla tvar kopírující skořepinu stavby, nyní jsou nahrazena minimalistickými rovnými nerezovými madly. I mezi Francouzi vzbudila tato přestavba rozporuplné názory. Ale rozhodně se jí nedá upřít výrazné vylepšení dojmu z celkové stavby. Osobně si myslím, že například nové osvětlení dává vyniknout krásným tvarům této nadčasové skořepiny.

### 3.3.5. Architektura

Tato budova je známá jako největší nepodepřená betonová klenba, která uzavírá prostor, na světě. Její trojúhelníkový tvar je podepřen pouze ve třech bodech, mezi kterými je neuvěřitelná vzdálenost dvě stě osmnácti metrů. Střed konstrukce zastřešení je více jak čtyřicet šest metrů nad zemí.



*Obr.3.3.5.1. Pohled na vrcholový styk třech segmentů skořepiny*



Situována na severní straně náměstí La Défence je jednou z nejvíce zajímavých budov moderní architektury. Zevnitř úžasná klenutá struktura zastřešení, která není nijak podpírána sloupy ani jinou pomocnou konstrukcí, působí nádherným vzdušným dojmem. Skořepina není podpírána ani vestavěnými objekty, ty se naopak jeví jako spíše zavěšené do ohromné klenby. [14]



**Obr.3.3.5.2.** Grafické znázornění CNIT building. Je zde naznačen tvar skořepiny, vidět je vnitřní stavby, které nejsou nijak spojeny se skořepinou.

## 4. Určení tvaru CNIT building

Jak už jsem řekl, CNIT building byla postavena na konci padesátých let ve Francii v Paříži. Já měl to štěstí několikrát toto hlavní město navštívit. Byl jsem dokonce i v supermoderní čtvrti La Défence, kde tato stavba stojí. V tu dobu jsem však nevěděl, že bude i předmětem mé diplomové práce. Udělal jsem několik fotografií této úchvatné stavby, avšak tato dokumentace nebyla dostačující pro účely závěrečné práce. Nezbylo mi nic jiného, než vyhledat skořepinu v publikacích a také na internetu.

### 4.1. Rešerše textů

Zpočátku jsem se snažil najít její konstrukční popis, ale to se ukázalo jako skoro nemožné. Důvodem mohlo být relativní stáří projektu, ale také fakt, že se jedná o francouzskou stavbu a jak známo Francouzi nejsou příliš sdělný národ. Další mou nevýhodou při pátrání po tvarovosti zastřešení CNIT je moje neznalost francouzštiny. Musel jsem se tedy spoléhat pouze na texty české, anglické, případně francouzské neumě přeložené pomocí nějakého virtuálního překladače. V textech se mi podařilo najít pouze kusé informace.

Zde jsou některá fakta, jež jsem vyčetl z různých textů:

- Konstrukce je železobetonová skořepina (pro mne neznámé tloušťky).
- Podporována je pouze ve třech bodech.
- Vzdálenost mezi podporami je 218 m, což konstrukci činí světovým unikátem.
- Jedná se o tři výseky hyperbolického paraboloidu, které se potkávají v jednom vrcholu.
- Jednotlivé plochy jsou dále členěny devíti žebry.
- Vzepětí skořepiny je více jak 46 m.

### 4.2. Fotogrammetrie

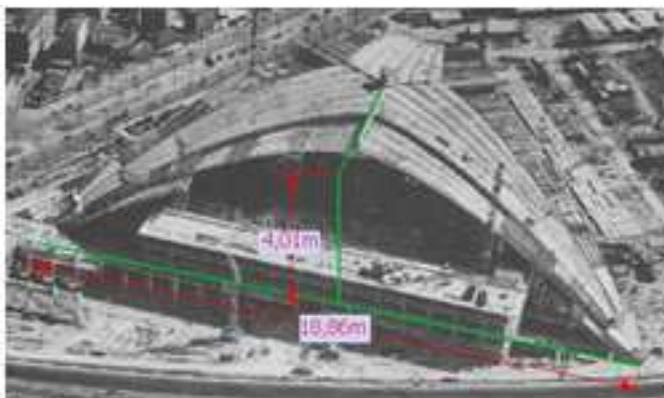
Jak vidíte, jedná se o velmi hrubý popis konstrukce. Abych mohl přeci jenom blíže určit tvar skořepiny, musel jsem se uchýlit k *fotogrametrii*, tedy měření a určování skutečných rozměrů z fotografií.

#### 4.2.1. Úskalí fotogrammetrie

Tato metoda je poměrně účinná při hledání skutečných rozměrů, avšak i tato má svá úskalí. Například každý fotoaparát, respektive jeho objektiv, je nepřesně vyroben, a tedy každá fotografie je lehce zdeformována vlivem zakřivení čočky. U špatné optiky jsou skutečné rovnoběžky na fotografii zobrazeny jako různoběžky, úsečka se jeví jako křivka apod.. Ale i u velmi dobrých objektivů vznikají vady v geometrii zobrazovaného objektu. Stouto skutečností je tedy dále nutno uvažovat při určování skutečných rozměrů. Stejně musíme brát v potaz i vliv perspektivy, která taktéž „deformuje“ konstrukci, je nutné přičíst vliv perspektivy.

#### 4.2.2. Ukázka určení rozměrů

Příkladem určení rozměrů může být následující obrázek. Jedná se o letecký snímek pořízený během výstavby skořepiny (1956).

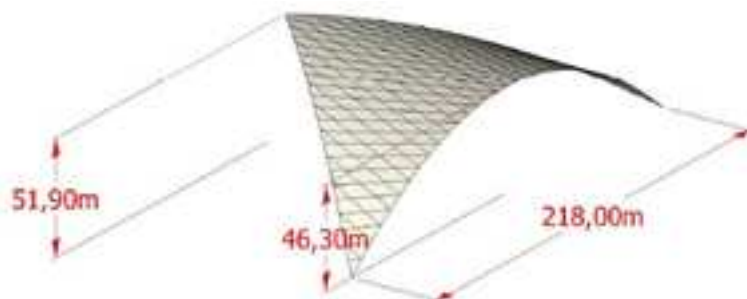


$$\frac{218}{18,86} = \frac{x}{4,01}$$

$$x = \frac{218 * 4,01}{18,86} = 46,3 \text{ m}$$

**Obr.4.2.2.1** Fotografie rozestavěného CNIT building s ukázkou fotogrammetrie

Jak je vidět, na měřené straně chybí ještě tři žebra z celkových devíti. Prodloužíme tedy spojnici středu skořepiny s hranou již zbudovaného krajního žebra (je nutno započítat vliv perspektivy, který je v tomto případě poměrně malý). Uvažujeme stejnou šířku žebra v místě ztužujícího kříže. Dále pak sestrojíme spojnici podpory a z jejího středu vedeme svislici. V průsečíku svislice a prodloužené spojnice středu skořepiny a hrany žebra dostáváme vrchol budoucího obvodového ztužení. Známe-li vzdálenost podpory (z literatury určenou na 218 m), pak jednoduše trojčlenkou určíme výšku vrcholu ztužující klenby, která je 46,3 m.



**Obr.4.2.2.2** Model třetiny skořepiny, který byl určen z fotogrammetrie-axonometrie

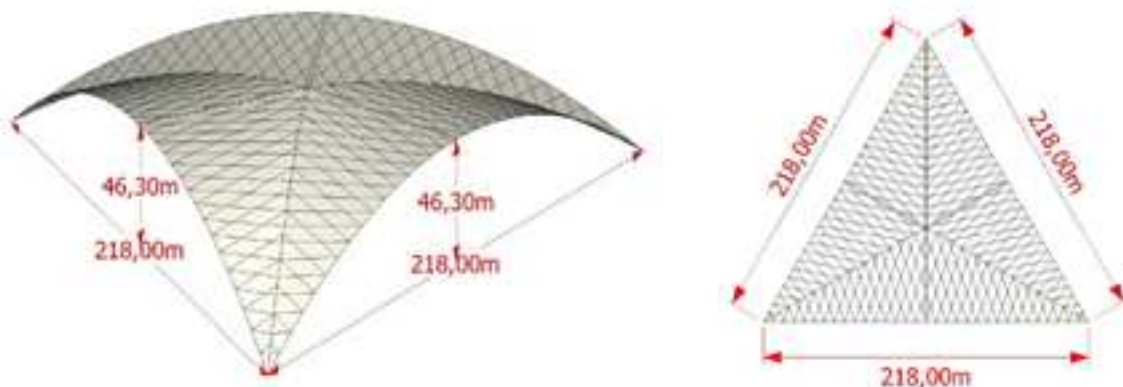


**Obr.4.2.2.3** Model třetiny skořepiny, který byl určen z fotogrammetrie-čelní pohled

### 4.2.3. Hlavní rozměry skořepiny

Tímto způsobem byly stanoveny hlavní rozměry skořepiny.

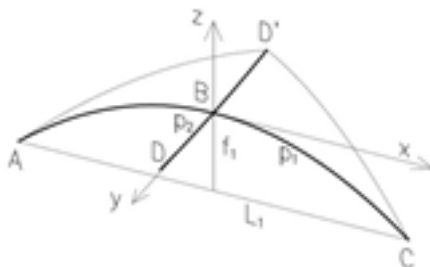
- Vzdálenost podpor 218 m
- Výška ztužujícího obvodového oblouku 46,3 m
- Výška středu skořepiny 51,9



*Obr. 4.2.3.1. Základní rozměry konstrukce určené pomocí fotogrametrie*

### 4.3. Model 1

Nyní již máme základní rozměry skořepiny, předpokladem je dále to, že tvar zastřešení odpovídá přesně hyperbolickému paraboloidu. Je tedy dále nutno určit tvar hyperbolického paraboloidu, ze kterého je brán výsek pro sestavení skořepiny. Předpokladem je že HP je tvořen translací paraboly  $p_1$  (A,B,C) s vrcholem v bodě B po další parabole  $p_2$  (D,B,D') také s vrcholem v bodě B (viz obrázek).

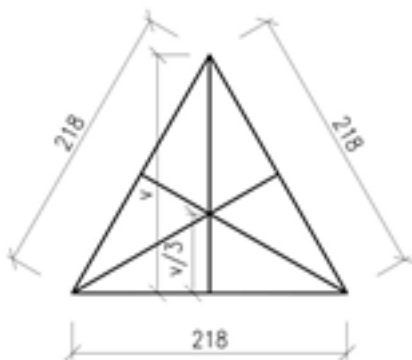


*Obr.4.3.1. Vytvoření hyperbolického paraboloidu pomocí translace paraboly podél paraboly*

Vzdálenost bodu  $|BD'|$  určíme jednoduše z půdorysné geometrie skořepiny. Jedná se o třetinu výšky rovnostranného trojúhelníku.

$$v = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{218^2 - \left(\frac{218}{2}\right)^2} = 188,79 \text{ m}$$

$$\frac{1}{3} \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 188,79 \approx 62,93118 \text{ m}$$

**Obr.4.3.2.** Určení vzdálenosti bodů  $|BD'|$ 

Protože známe umístění jednotlivých bodů A, B, C, D, můžeme určit vzepětí  $f_{1,2}$  a délku  $L_{1,2}$ .

A [-109; 0; -46,3];

B [0; 0; 0];

C [109; 0; -46,3]

D [0; 62,93; 5,6]

D' [0; -62,93; 5,6]

Pokud umístíme ortogonální souřadný systém tak, že jeho počátek bude v bodě B a zároveň kladná osa x bude mířit ve směru bodu C a kladná osa z kolmo na průmětnu pak jsou rovnice parabol dány těmito předpisy:

první parabola:  $z = \frac{4f_1}{L_1^2}x^2 - \frac{4f_1 + e_1}{L_1}x; f_1 = 46,3 \text{ m}; L_1 = 218 \text{ m}$

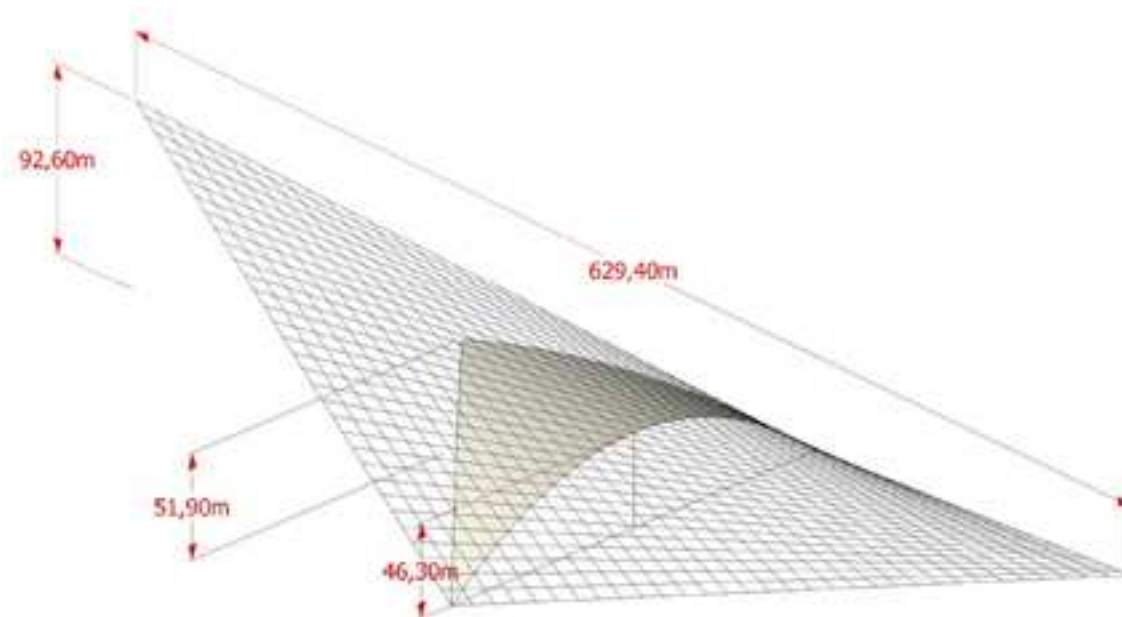
$$z = \frac{4 \cdot 46,3}{218^2}x^2 - \frac{4 \cdot 46,3 + 0}{218}x \Rightarrow \boxed{z = \frac{185,2}{47524}x^2 - \frac{185,2}{218}x}$$

druhá parabola:  $z = -\frac{4f_2}{L_2^2}y^2 + \frac{4f_2 + e_2}{L_2}y; f_2 = 5,6 \text{ m};$

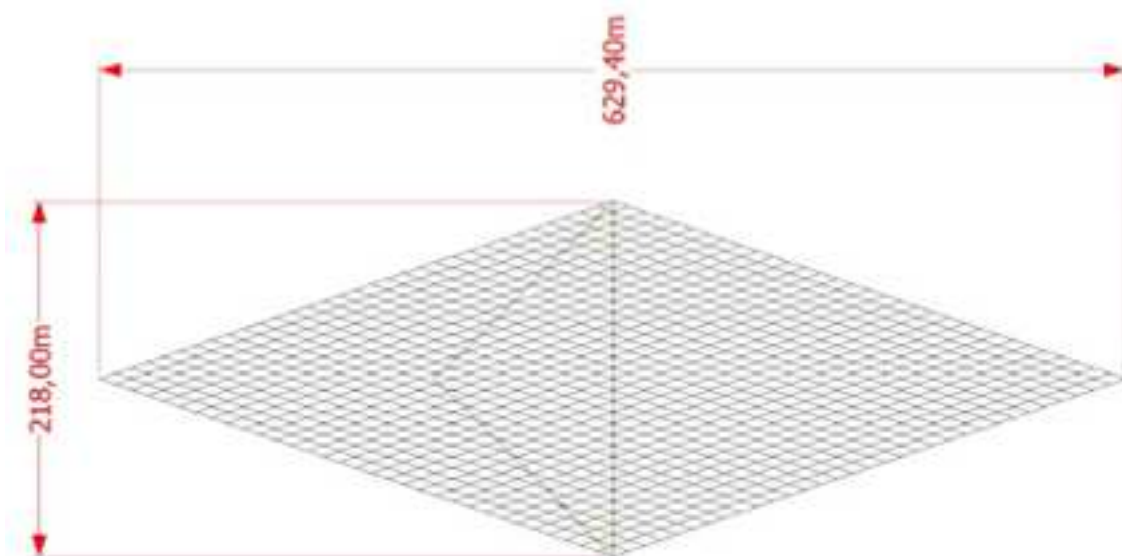
$$L_2 = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot v = 125,86 \text{ m}$$

$$z = -\frac{4 \cdot 5,6}{125,86^2}y^2 + \frac{4 \cdot 5,6 + 0}{125,86}y \Rightarrow \boxed{z = \frac{22,4}{15841}y^2 - \frac{22,4}{125,86}y}$$

Z takto daného uspořádání hyperbolického paraboloidu již není větší problém získat přímkové reguly. Tedy dvě skupiny přímek u kterých platí, že přímky jednoho regulu jsou rovnoběžné právě s jednou řídící rovinou. Pokud sestrojíme skupinu přímek podle tohoto postupu, dostaneme hyperbolický paraboloid, jehož půdorysný průmět je kosodelník.



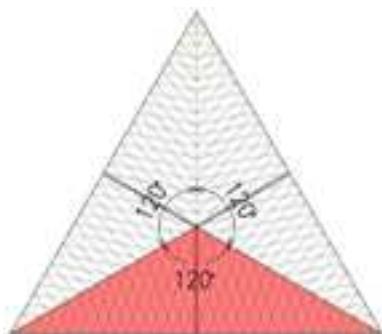
**Obr.4.3.3.** Hyperbolický paraboloid s tvořícími přímkami a naznačeným výsekem skořepiny



**Obr.4.3.4.** Půdorys hyperbolického paraboloidu s tvořícími přímkami a naznačeným výsekem skořepiny

Dále je nutné přistoupit k vyjmutí té části hyperbolického paraboloidu, kterou použijeme na sestavení konstrukce. Je jasné, že středový úhel jednoho ze třech dílů skořepiny je  $360^\circ/3$  tedy  $120^\circ$ , z toho vyplývá, že ostatní vnitřní úhly trojúhelníkového průmětu použité části hyperbolického paraboloidu mají hodnotu  $30^\circ$ . Vnější ztužující klenba skořepiny leží v rovině kolmé k průmětně a procházející vrcholy kosodelníku, kde jeho strany svírají tupý úhel.





**Obr.4.3.5.** Vytvoření celé skořepiny pomocí rotace jednoho výseku hyperbolického paraboloidu (výsek je označen na obrázku červeně)

Tímto způsobem je tedy definitivně dán tvar skořepiny, který vznikne rotací výseku hyperbolického paraboloidu kolem vrcholu v tupém úhlu průmětu.

#### 4.4. Model 2

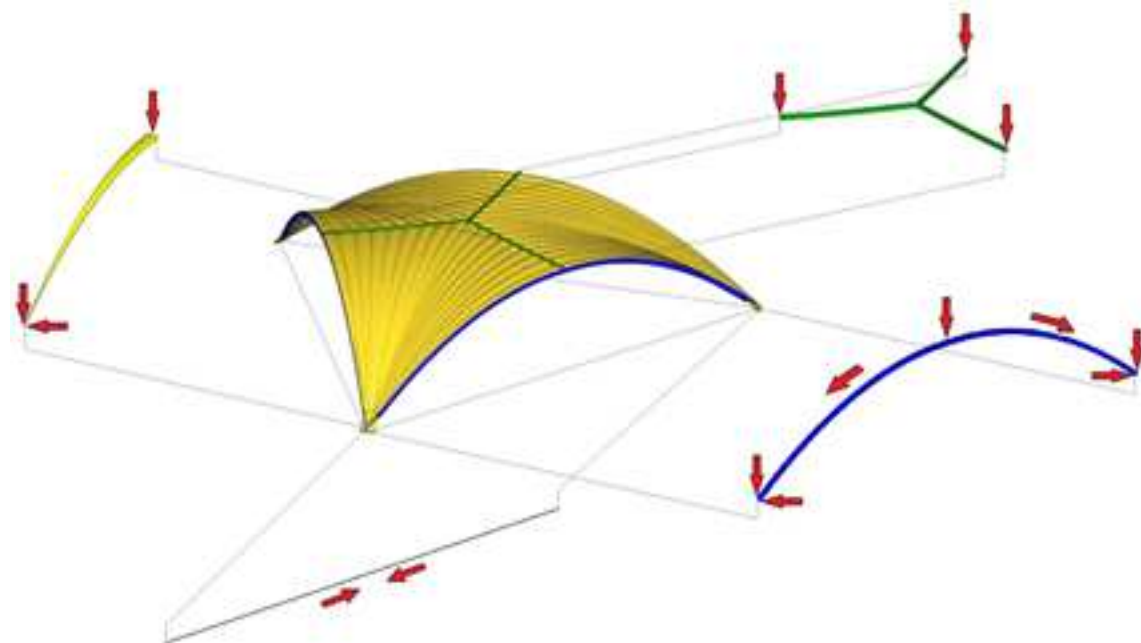
U modelu číslo dvě jsou opět použity základní rozměry skořepiny, určené buďto z textů o CNIT Building nebo z fotogrammetrie. Je shodné rozpětí podpor a výška ztužujícího obvodového oblouku. Novým předpokladem tohoto modelu je tvar ztužujícího kříže ve vrcholu oblouků, který je určen z průběhu hyperbolického paraboloidu, a tedy je shodný jako u modelu číslo jedna. Model 2 v podstatě vznikl z přechodného modelu, který jsem se snažil stavbu analyzovat, ale který se neprokázal jako správný. Nicméně mi pomohl posunout se dále v mých úvahách o působení konstrukce.

##### 4.4.1. Popis přechodného modelu

Pro posouzení modelu 1 jsem se uchýlil k synteticko-analytickému postupu. Problém navržení skořepiny, kterou jsem měl určenou jako hladkou (tedy bez žeber), přesně kopírující tvar hyperbolického paraboloidu, jsem rozdělil do dílčích prvků, které je snadné nadimenzovat.

Celkovou plochu skořepiny jsem rozdělil na tyto prvky:

- **Žebro** – které se opírá o základový blok (desku) a o ztužující kříž ve vrcholu (v obrázku označeno žlutě).
- **Ztužující kříž** – ten se opírá o ztužující okrajovou klenbu a zároveň tvoří podporu jednotlivým žebřům (zeleně).
- **Ztužující okrajová klenba** – o rozponu 218 m a vzepětí 46,3 m, která se opírá v rozích skořepiny o základový blok (desku) a zároveň tvoří podpěru ztužujícímu kříži (modře).
- **Táhlo** – svazující základové bloky a tím zachytává značné vodorovné síly, které svým sklonem skořepina vytváří (černě).

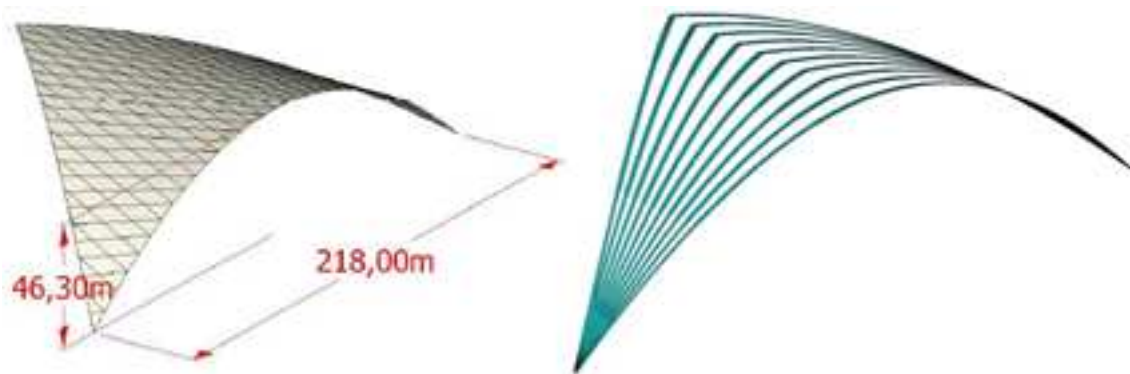


**Obr.4.4.1.1.** Zobrazení jednotlivých prvků přechodného modelu a jejich předpokládané působení v konstrukci skořepiny.

Tyto jednotlivé prvky jsou triviální, co se dimenzování týče. Problém je však v tom, že v ploše skořepiny, tedy v místě žebí, vznikají velké ohybové momenty (viz model 1) a to vede na masivní konstrukci, jež by byla neekonomická a velmi robustní. Tento nedostatek jsem se pokusil odstranit pomocí modelu 2.

#### 4.4.2. Experimentální určení ideálního tvaru

Model číslo dva využívá experimentální praktiky, které znali naši předci snad už v období středověku. Jedná se o experimentální určení tvaru klenby pomocí řetězu, provázku či jiného ohybově netuhého předmětu. Jde o obrácení úlohy, kdy se tlačená klenba převede na tažený prut. Prut se zatíží stejnou silou, jako budoucí klenba, jen v obráceném směru. Ohybově netuhý prvek se vlivem zatížení přetvoří do ideálního stavu. Za ideální stav považujeme takový, kdy v prutu vznikají pouze osově (normálové) síly. Právě použití ohybově netuhého prvku při obrácení úlohy nám zaručí pouze osově namáhání.

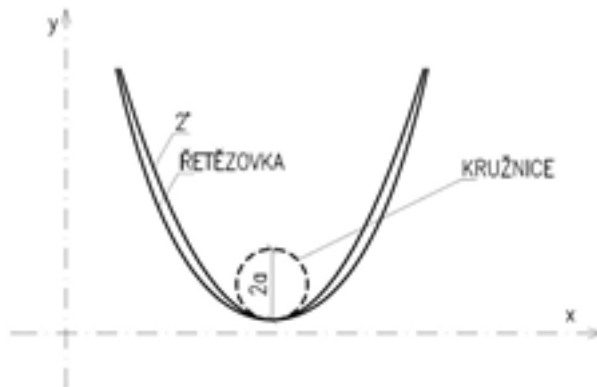


**Obr.4.4.2.1.** Nahrazení skořepiny lany. Je dobře vidět zalomení lan v místě ztužujícího kříže.



#### 4.4.3. Chování ohybově netuhého prvku – řetězu

Jak již bylo zmíněno, ohybově netuhý prvek se pod zatížením deformuje a vytváří tím obecnou křivku, která je závislá na zatížení. Deformovaný řetěz může zaujímat velmi rozličné polohy, které jsou však konstantou pro dané zatížení.



##### **Obr.4.4.3.1.** Zobrazení jednotlivých křivek, kterými můžeme aproximovat průhyb lana

Některé reakce řetězu na zatížení jsou dobře popsány v literatuře (např. [15]**Chyba! Nenalezen zdroj odkazů.**). Například lano o konstantní tloušťce, visící ze dvou podpor v uniformním gravitačním poli, zaujme tvar tzv. řetězovky. Pokud je jeho průhyb malý, takže rozdělení vlastní tíhy je půdorysně zhruba konstantní, pak je průhyb lana ve tvaru paraboly, tedy kvadratické křivky. Pokud však je průhyb větší, zatížení vlastní tíhou již není po půdoryse konstantní, křivka zaujímá tvar řetězovky. Řetězovka je popsána hyperbolickým kosinem:

$$y = a \cdot \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$$

Malé  $x$  je v tomto případě měreno od nejnižšího bodu. Napětí v laně roste od nejnižšího bodu k místu podpor. (pozn. Rozdíl mezi lanem a řetězem je, že lano má nějakou ohybovou tuhost, ale ta je minoritní – zanedbatelná.)

Pokud danou křivku průhybu lana obrátíme, dostaneme oblouk a z tahů se stanou tlaky. Nejnižší tlak bude v nejvyšším místě oblouku a bude narůstat směrem k podporám. Pokud je oblouk konstantního průřezu, tak tlakové napětí bude probíhat po řetězovce a v oblouku tvaru řetězovky nebude vznikat žádná tendence k vybočení. Pokud bychom měli zatížení konstantní v horizontálním směru, pak ideálním tvarem oblouku bude opět parabola (viz analogie lana).

Umístíme nyní problém lana do ortogonálního systému souřadnicových os  $x, y$  s gravitací ve směru  $-y$ . Uvažujme rovnováhu sil na infinitezimální délce lana na vzdálenost  $dx$  osy  $x$ . Když druhou derivaci křivky  $y = f(x)$  označíme jako  $y''$ , pak změna sklonu je od jednoho konce  $dx$  k druhému  $y''dx$ , a zatížení působící na  $dx$  lana je  $w dx$ .

Dostáváme tedy:

$$w dx = H y'' dx,$$

kde  $H$  je konstantní horizontální komponent tahové síly v laně. Z toho vyplývá, že  $y'' = w/H$ , tedy že **deformace je závislá na zatížení**.

Pokud je zatížení konstantní, pak je konstantní i druhá derivace průhybu  $y''$ . Pokud tuto konstantní hodnotu  $y''$  zapíšeme ve tvaru  $1/a$ , pak po dvojím zintegrování

dostaneme průběh deformovaného lana jako  $y = x^2/2a$ , tedy parabolu, kde konstanty integrace jsou zvoleny tak, aby počátek byl v nejnižším bodě křivky. Hodnota  $a$  je hodnota zakřivení v místě nejnižšího bodu křivky, kdy je tečna horizontální. Pokud bychom měli malý průhyb lana, můžeme pro jeho křivost použít právě kružnici o poloměru  $a$ .

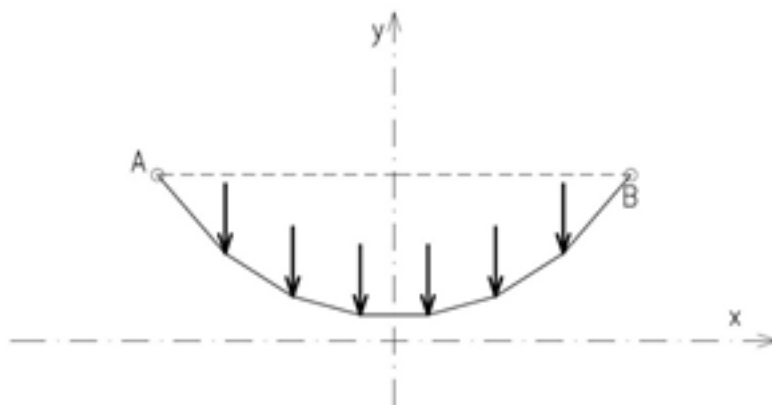
Když však mluvíme o řetězovce, tak je rozdělní zatížení  $w$  rovnoměrné po délce lana, takže musí platit  $w ds = H y''$ , kde  $ds$  je derivace délky lana. Pro infinitezimální délku  $ds$  platí  $ds^2 = dx^2 + dy^2$  a tím dostáváme diferenciální rovnici  $w\sqrt{1+y'^2} = Hy''$ . Přijmeme označení  $p = y'$  a rovnici  $a = H/w$ , nacházíme pak, že  $\sqrt{1+p^2} = a \frac{dx}{dy}$ .

Jednoduše integrací dostáváme  $p = \sinh(x/a)$ ,

další integrace dává rovnici  $y = a \cdot \cosh(x/a)$ .

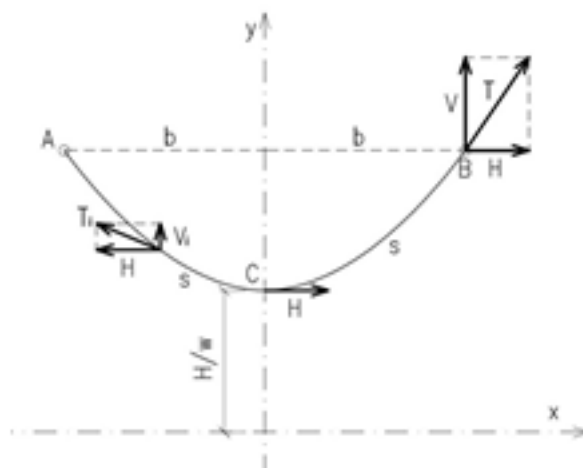
Jen doplňme, že konstanty jsou vybrány tak, že  $y_{(0)} = a$ .

Je dobré si uvědomit, že čím je větší zatížení, tím roste i velikost zakřivení. Pokud bychom umístili zatížení pouze do diskretních bodů, pak zakřivení lana by bylo tvořeno řadou rovných úseků s ostrou změnou sklonu v místě umístění zatížení. Změna sklonu je samozřejmě závislá na velikosti umístěného zatížení.



**Obr.4.4.3.2.** Skoková změna sklonu lana při působení bodových sil

Na obrázku je zobrazeno ohybově netuhé lano visící z bodu A a z bodu B, které jsou ve stejné výšce, takže křivka průhybu je symetrická podle bodu C. Toto samozřejmě není nutné. Pokud body A a B nejsou ve stejné výšce, mohou být obě strany od nejnižšího bodu řešeny samostatně.



**Obr.4.4.3.3. Ohybově netuhé lano konstantní tloušťky v gravitačním poli**

U případu na obrázku je celková délka prověšeného lana mezi body A a B označena jako  $2s$ . Body uchycení jsou ve stejné vzdálenosti  $b$  na obě strany bodu C. Osa  $y$  prochází vertikálně bodem C, kladná hodnota směřuje nahoru. Horizontální osa  $x$  má počátek ve vzdálenosti  $H/w$  pod bodem C (to nám zaručí jednoduchost řešení, jak uvedu později).

Tah v laně  $T$  má vždy směr tečny křivky v daném bodě. Jeho hodnota v bodě C je rovna  $H$ , je horizontální a nabývá své minimální hodnoty. Gravitační síla na délce  $ds$  lana je ve směru  $-y$  a její velikost je  $wds$ , kde  $w$  představuje vlastní tíhu lana na jednotku délky. Protože zatížení od vlastní tíhy je vertikální, tak  $H$  bude konstantní po celé délce lana, ale bude růst vertikální složka tahové síly  $T$  směrem k bodům A a B, protože roste přenášená tíha lana.

Pokud sklon lana určíme jako  $dy/dx = \tan \theta$ , pak  $T \cdot \cos \theta = H$  a zároveň  $T \cdot \sin \theta = wx$ .

Tedy  $\frac{dy}{dx} = \tan \theta = wx/H$  v každém bodě a  $ws/H$  v bodech A, B. Je vhodné vyjádřit velikost  $H/w = a$ , která dává horizontální sílu  $H = wa$ .

Později ukáží, že pokud zvolíme dobře počátek souřadnic, tak platí  $T = wy$  v kterémkoliv bodě křivky. Opět platí, že hodnota  $a$  vyjadřuje poloměr křivosti žetězovky v nejnižším bodě, nebo parametr v parabolické aproximaci  $y = a + x^2/2a$ .

Takže teď máme tyto vztahy  $ds^2 = dx^2 + dy^2$ ,  $ds/dx = \sqrt{1 + y'^2}$ .

Zároveň  $dy/dx = wx/H = x/a$ ,

Takže  $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{a} \cdot \sqrt{1 + y'^2}$ ,

použijeme označení  $p = dy/dx$ , tedy  $\frac{dp}{dx} = \frac{1}{a} \cdot \sqrt{1 + p^2}$ , zde jsou proměnné rozdělitelné.

Výsledek, pro který platí  $p = 0$  v místě  $x = 0$ , je  $p = \sinh(x/a)$ .

Z tohoto dostáváme  $s = a \cdot \sinh\left(\frac{x}{a}\right)$ , kde  $s$  je délka lana z bodu C do bodu  $x$ .

V bodě  $B$  platí  $s = a \cdot \sinh\left(\frac{b}{a}\right)$ , kde  $s$  je délka lana z bodu  $C$  do bodu  $B$ .

Když známe  $s$  a  $b$ , což většinou máme dáno, tak rovnováha může být vyřešena po určení  $a$ . Je vhodné použít například iterační metodu pro získání hodnoty  $a$ , podmínkou správného řešení je rovnováha sil.

Rovnice pro  $p$  může být znovu integrována, tím dostaneme  $y = \cosh(x/a) + C$ . Pokud zvolíme  $C = 0$ , pak v bodě kdy  $x = 0$  je  $y = a = H/w$ , jak je vidět na obrázku.

### Příklad

Máme lano dlouhé 50 m, které je spuštěno z bodů umístěných ve stejné výšce 30 m od sebe. Pak je tedy určena rovnice:

$$s = a \cdot \sinh\left(\frac{b}{a}\right) \Rightarrow 25 = a \cdot \sinh\left(\frac{15}{a}\right)$$

Například iteračně určíme hodnotu  $a=8,16$ , takže rovnice křivky je pak:

$$y = 8,16 \cdot \cosh\left(\frac{x}{8,16}\right)$$

Průhyb lana je:

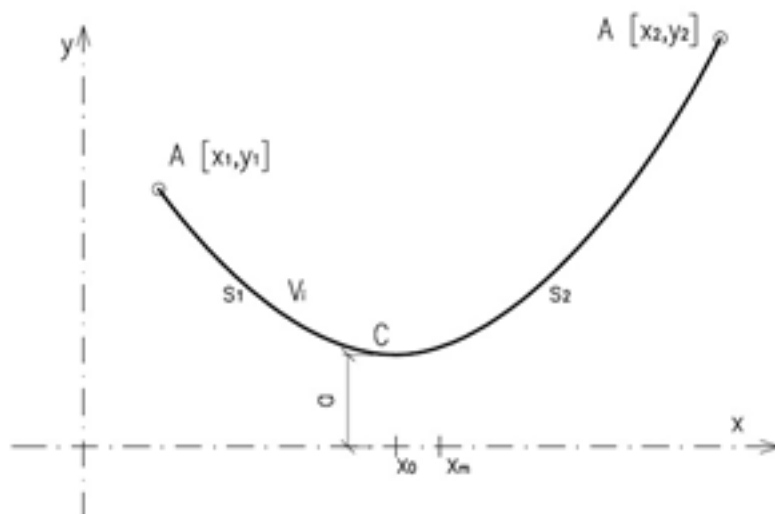
$$\Delta y = 8,16 \left( \cosh \frac{15}{8,16} - 1 \right) = 18,1 \text{ m}$$

Sklon lana v místě podpory je

$$\tan \theta = \frac{s}{a} = \frac{15}{8,16} = 3,063$$

$$\Rightarrow \theta = 71,9^\circ$$

Jen o málo složitější je najít správné parametry, když jsou podpory v různých výškách. Metoda je v základu stejná, především v tom, jak předpokládáme hodnotu parametru  $a$ , určíme délku lana a upravujeme parametr  $a$  do doby kdy se jedná o skutečnou délku lana. První krok je najít nejnižší bod křivky (tj. v místě  $x = x_0$ ).



**Obr.4.4.3.4.** Ohybově netuhé lano, případ s podporami v různých výškách

Máme  $y_2 = a \cdot \cosh \frac{x_2 - x_0}{a} + y_0$  a také  $y_1 = a \cdot \cosh \frac{x_1 - x_0}{a} + y_0$ .

Hodnota  $y_0$  může vymizet, když  $y=0$  zvolíme jako je na obrázku. Sloučením rovnic pro  $y_1$  a  $y_2$  dostaneme výraz:

$$\frac{y_2 - y_1}{a} = 2 \cdot \sinh \frac{x_m - x_0}{a} \cdot \sinh \frac{\Delta x}{a}$$

použitím shodnosti s derivací hyperbolického kosinu, který umíme řešit pro  $x_m - x_0$ , dostaneme nejnižší bod  $C$ , ve kterém je lano horizontální (tečna je horizontální).

Celková délka lana je součet délek lana na obě strany od nejnižšího bodu. Součet dvou funkcí hyperbolického sinu může být vyjádřen jako:

$$s = 2a \cdot \sinh \left( \frac{\Delta x}{a} \right) \cdot \cosh \left( \frac{x_m - x_0}{a} \right)$$

Pokud podělíme výraz pro  $y_2 - y_1$  z předchozího odstavce výrazem pro  $s$ , dostaneme rovnici:

$$s = \frac{y_2 - y_1}{\tanh \left( \frac{x_m - x_0}{a} \right)}$$

Jestliže známe souřadnice bodů  $A$  a  $B$ , můžeme předpokládat hodnotu parametru  $a$  a najít řešení pro  $\frac{x_m - x_0}{a}$ . Pak tedy může být dopočítána délka lana  $s$  použitím této hodnoty ve výrazu pro  $s$  a porovnávána se skutečnou délkou lana, kterou máme dopředu určenu. Znovu pokračujeme iteračně – volíme novou hodnotu  $a$ , která zpřesní hodnotu vypočteného  $s$  a toto je opakováno, než se vypočtená délka lana  $s$  shoduje s jeho skutečnou délkou. Obecně platí čím menší hodnota parametru  $a$  tím větší je délka lana  $s$  a naopak, tedy napjatost lana roste s rostoucím  $a$ .

### Příklad

Máme lano délky 50 m. Souřadnice bodů  $A$   $[x_1; y_1] = [0; 10]$ ;  $B$   $[x_2; y_2] = [30; 20]$ .

$$\frac{y_2 - y_1}{a} = 2 \cdot \sinh \frac{x_m - x_0}{a} \cdot \sinh \frac{\Delta x}{a};$$

$$\Delta x = \frac{x_2 - x_1}{2};$$

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2};$$

$$s = \frac{y_2 - y_1}{\tanh \left( \frac{x_m - x_0}{a} \right)}$$

- Volím  $a = 8,00$

$$\Rightarrow \frac{x_m - x_0}{a} = 0,1950 \text{ a zároveň } s = 51,91 \text{ m} \neq s_{skut} = 50 \text{ m}$$

- Volím  $a = 9,00$

$$\Rightarrow \frac{x_m - x_0}{a} = 0,2159 \text{ a zároveň } s = 47,00 \text{ m} \neq s_{skut} = 50 \text{ m}$$

- Lineární interpolací dostanu  $a = 8,39$  a to vede na hodnotu  $s = s_{skut} = 50 \text{ m}$

Napětí  $T$  v laně je v kterémkoliv bodě ve směru tangenty křivky. V nejnižším bodě je tečna horizontální a tedy napětí  $T = H$ . Protože tíha lana působí vertikálně, tak pak horizontální komponent tahové síly v laně je neměnný, tedy konstantní po délce lana. Pak tedy platí že  $T = H / \cos \theta$ , kde  $\theta$  je sklon křivky v daném bodě. Z toho plyne, že tahová síla  $T$  rovnoměrně roste směrem k podporám.

Pokud rovnice křivky je  $y = a \cdot \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$ , tak to znamená, že v nejnižším bodě křivky je:

$$y = a, \frac{dy}{dx} = \sinh\left(\frac{x-x_0}{a}\right) = \tan \theta,$$

a dále 
$$\frac{1}{\cos \theta} = \sqrt{1 + \tan^2 \theta} = \cosh\left(\frac{x-x_0}{a}\right),$$

dále pak 
$$T = H \cdot \cosh\left(\frac{x-x_0}{a}\right) = \frac{H \cdot y}{a} = wy, \quad \text{velmi prostý výsledek.}$$

To je důsledek toho, že jak sklon lana, tak i délka lana jsou funkcí hyperbolického sinu. Proto jsme dostali tak triviální vzorec.

Vertikální složka tahové síly  $T$  je v místě podpor  $V = H \cdot \tan \theta$  a je shodná s  $w \cdot s$ , kde  $s$  je délka lana z nejnižšího bodu k podpoře.

Tedy 
$$H \cdot \sinh\left(\frac{x-x_0}{a}\right) = w \cdot a \cdot \sinh\left(\frac{x-x_0}{a}\right),$$

Čili 
$$H = wa, \quad \text{a to potvrzuje konzistentnost řešení.}$$

Ve většině praktických aplikací máme dopředu určeno rozpětí a také vlastní tíhu lana na metr délky. Volením parametru  $a = H/w$  určí průběh funkce  $y = a \cdot \cosh(x/a)$ . Uvědomme si, že parametr  $a$  je vlastně parametr měřítka, který určuje délku křivky, která je použita. Vyšší hodnota  $a$  znamená menší křivku. Pokud naopak budeme předpokládat nějaké předpětí lana  $H$ , tak dostaneme hodnotu parametru  $a$ . Pokud  $a$  je rozumně větší nežli rozpětí, pak bude lano pevně napnuto a průhyb bude malý.

### Příklad

Předpokládejme rozpětí 150 m a tíhu lana 5 kN/m. Poté zvolená hodnota  $a$  je 1000 m. Tedy horizontální síla  $H = wa = 5000 \text{ kN}$ .

Vertikální souřadnice v místě podpor je pak:

$$y = a \cdot \cosh\left(\frac{x}{a}\right) = 1000 \cdot \cosh\left(\frac{75}{1000}\right) = 1002,81 \text{ m}$$

Z toho vyplývá tah v laně:

$$T = wyl = 5014 \text{ kN}$$

Dále vypočteme průhyb jako:

$$y - a = 1002,81 - 1000 = 2,81 \text{ m}$$

Tečna (sklon) v místě podpory je:

$$y' = \sinh\left(\frac{x}{a}\right) = \sinh\left(\frac{75}{1000}\right) = 0,075070 = \tan \theta \Rightarrow \theta = 4,293^\circ$$

Délku lana spočteme jednoduše:

$$\frac{1}{2} \cdot s = ay' = 1000 \cdot 0,075070 = 75,07 \text{ m}$$

$$s = 2 \cdot 75,07 = 150,14 \text{ m}$$

Vertikální síla v místě podpor:

$$V = T \cdot \sin \theta = 5014 \cdot \sin 4,293 = 375,33 \text{ kN}$$

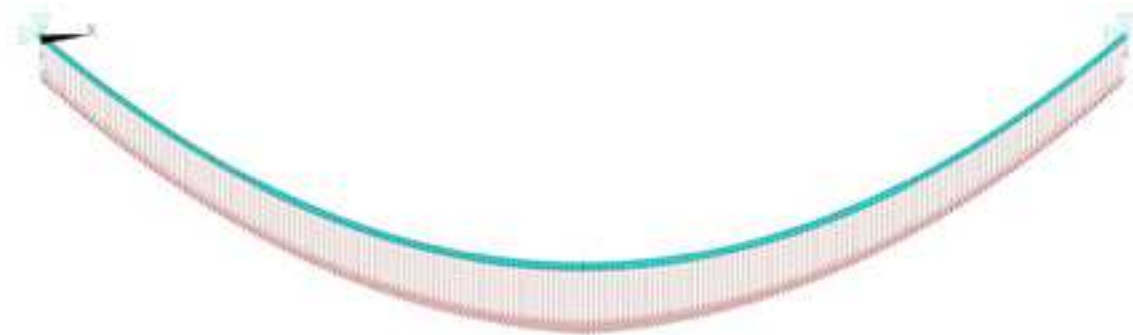
$$\text{kontola: } V = s \cdot w \cdot \frac{1}{2} = 150,14 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = 375,35 \text{ kN} \quad \text{Vyhovuje}$$

*Pozn.: Kdybychom zvolili parametr  $a = 500 \text{ m}$ , průhyb bude  $5,63 \text{ m}$ ;  $\theta = 8,56^\circ$ ; délka lan  $s = 150,56 \text{ m}$ ; horizontální síla  $H = 2500 \text{ kN}$  a tahová síla v laně  $T = 2528 \text{ kN}$ . Kdybychom zvolili parametr  $a = 150 \text{ m}$ , průhyb bude  $19,14 \text{ m}$ ;  $\theta = 27,52^\circ$ ; délka lan  $s = 156,32 \text{ m}$ ; horizontální síla  $H = 750 \text{ kN}$  a tahová síla v laně  $T = 845,7 \text{ kN}$ . Z tohoto je patrný vliv křivosti  $a$  na tvarovost a vnitřní síly v laně.*

Pokud zatížení působí jako vertikální bodová síla  $F$  mířící dolů, tak je křivka průhybu v daném místě zatížení nespojitá a skokově se mění o hodnotu  $F/H$ . Toto zvětší sílu  $F$  o hodnotu  $F\delta(x-x_0)$  v místě  $x = x_0$  v diferenciální rovnici. Tvar celého lana se změní.

#### 4.4.4. Princip modelu 2

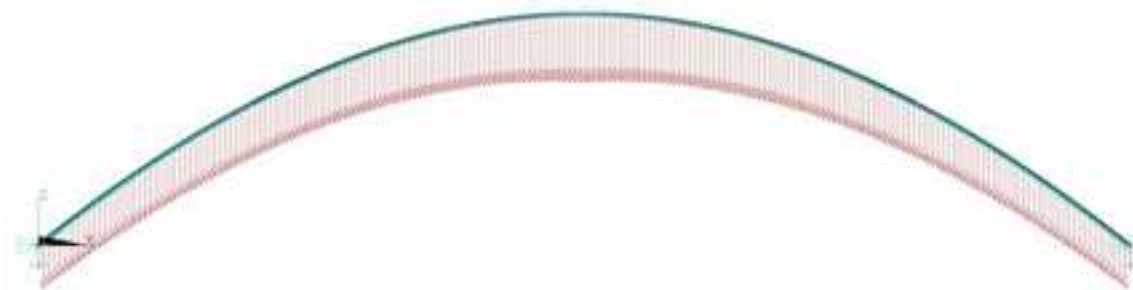
Jak bylo dříve ukázáno, tvar visutého lana je závislý na zatížení. Tedy pro daná zatížení existuje pouze jeden tvar lana, na kterém platí rovnováha sil. Model 2 této skutečnosti využívá k nalezení tvaru skořepiny, který by zajišťoval pouze tlakové namáhání.



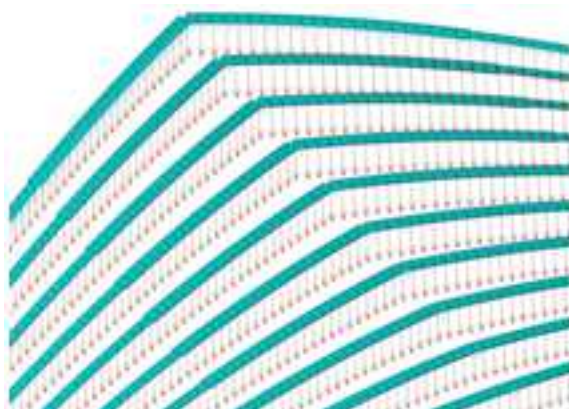
**Obr.4.4.4.1.** Žebro jako lano zatížené bodově vlastní tíhou

Celé plocha zastřešení je převedena na systém lan. Každé lano vede z podpory do ztužujícího kříže a zpět do podpory. Ztužující kříž působí jako tuhý prvek, který určuje místo půdorysného zlomu lana. Snaha je, aby ztužující kříž měl stejný tvar jako v modelu 1.

Poté se provede inverze zadání a určí se průběh vnitřních sil na nově vzniklé klenbě. V ideálním případě bude průběh ohybových momentů nulový. Takového stavu je třeba dosáhnout.



**Obr.4.4.4.2.** Inverze lanové úlohy, tedy žebro jako klenba



**Obr.4.4.4.3.** Detail vrcholů jednotlivých kleneb při ověřování správného najetí ideálního tvaru



## **5. Závěr**

Při vypracovávání této diplomové práce jsem měl možnost se seznámit s pokročilými principy výpočtu betonových konstrukcí a dále s principem lanových úloh. Aktivně jsem musel pracovat s odbornou literaturou a to i v jiných jazycích a normami, což mi pomohlo se v nich orientovat. Také jsem se blíže seznámil se statickým výpočtovým programem ANSYS, který pracuje s konečnými prvky. V tom jsem také vytvořil podklady pro určení ideální geometrie konstrukce a navrhování výztuže. Dále se i zlepšila moje schopnost třídění informací a jejich řazení do ucelených projektů.

## 6. Seznam použitých zdrojů

- [1] Fotogalerie: Výstavba odletového terminálu. *Brno Airport* [online]. Brno, © 2012 [cit. 2012-11-12]. Dostupné z: <http://www.brno-airport.cz/letiste/fotogalerie/>
- [2] KRATOCHVÍL, Jan. Odbavovací hala letiště Brno-Tuřany. *Archiweb* [online]. © 1997-2012, 11.10.2009 [cit. 2012-11-12]. Dostupné z: <http://www.archiweb.cz/buildings.php?type=arch&action=show&id=913>
- [3] *Lidové noviny*. Praha: Lidové noviny, 22. května 2007. ISSN 1213-1385.
- [4] KRATOCHVÍL, Jan. Tančící dům. *Archiweb* [online]. © 1997-2012, 15.08.2010 [cit. 2012-11-12]. Dostupné z: <http://www.archiweb.cz/buildings.php?&action=show&id=397>
- [5] Oscar Niemeyer. *Oscar Niemeyer* [online]. © 2012, 12.12.2009 [cit. 2012-11-12]. Dostupné z: <http://www.niemeyer.org.br/>
- [6] Ove Arup. *The Ove Arup Foundation* [online]. © 2011 [cit. 2012-11-12]. Dostupné z: <http://www.theovearupfoundation.com/aboutus/aboutovearup.html> Asg
- [7] NERVI, Pier Luigi, Carlo Maria OLMO, Cristiana CHIORINO, Christophe POURTOIS, Marcelle RABINOWICZ a Elisabetta MARGIOTTA NERVI. *Pier Luigi Nervi: architecture as challenge*. Cinisello Balsamo, Milano: Silvana, c2010, 237 p. ISBN 978-883-6617-562.
- [8] *FELIX CANDELA: A project on Felix Candela and the urban condition in Mexico City* [online]. 2001 [cit. 2012-11-12]. Dostupné z: <http://www.candelaprojects.com/>
- [9] Félix Candela: Strength and Elegance in Structural Engineering. *PEER: Pacific Earthquake Engineering Research Center* [online]. 05.10.2010 [cit. 2012-11-12]. Dostupné z: [http://peer.berkeley.edu/events/2010/semm\\_seminar\\_maria\\_garlock.html](http://peer.berkeley.edu/events/2010/semm_seminar_maria_garlock.html)
- [10] ŠMERDA, Zdeněk. *Střešní skořepinové konstrukce*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1963.
- [11] FABER, Colin, Ove Nyquist ARUP. *Candela The Shell Builder*. Reinhold Edition, 1963, 240 s.
- [12] DOLEŽAL, Milan a Jiří POLÁČEK. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. 1. vyd. Ostrava: VŠB-Technická univerzita, 1999, 83 s. ISBN 80-7078-689-2.
- [13] CSONKA, Pál. *Theory and practice of membrane shells*. Budapest: Akadémiai Kiadó, 1987, 11, 725 s.
- [14] Center of New Industries and Technologies. *ArchINFORM* [online]. © 1994–2012 [cit. 2012-11-14]. Dostupné z: <http://eng.archinform.net/projekte/577.htm>
- [15] BAŽANT, Zdeněk, Jaroslav KADLČÁK a Svatopluk ŠMIŘÁK. *Statika stavebních konstrukcí: prostorové případy namáhání a výpočet ohebného vlákna*. 1. vyd. Brno: VUT, 1967, 64 s.

## 7. Seznam zkratek

$A_c$	plocha betonové části
$A_s$ ( $A_{st}$ )	plocha výztuže
$A_{s,max}$	maximální povolená plocha výztuže
$A_{s,min}$	minimální požadovaná plocha výztuže
$A_{st,nut}$	požadovaná plocha výztuže
$b$	uvažovaná šířka
$h$	celková výška průřezu
$c$	krycí vrstva betonu
$c_{min}$	minimální krycí vrstva
$c_{min,b}$	minimální krycí vrstva s přihlédnutím k požadavku soudržnosti
$c_{min,dur}$	minimální krycí vrstva s přihlédnutím k podmínkám prostředí
$c_{nom}$	jmenovitá hodnota betonové krycí vrstvy
$c_{dev}$	montážní tolerance velikosti krycí vrstvy při provádění
$d$	účinná výška průřezu
$E_c$	modul pružnosti betonu
$e$	excentricita
$f_{bd}$	mezí napětí v soudržnosti
$f_{cd}$	návrhová hodnota pevnosti betonu v tlaku
$f_{ck}$	charakteristická hodnota pevnosti betonu v tlaku
$f_{ctd}$	návrhová hodnota pevnosti betonu v tahu
$f_{ctk}$	charakteristická hodnota pevnosti betonu v tahu
$f_{ctm}$	střední hodnota pevnosti betonu v tahu
$F_s$	síla ve výztuži
$F_c$	výslednice sil v tlačené části betonu
$f_{yd}$	návrhová hodnota pevnosti oceli v tahu na mezi kluzu
$f_{yk}$	charakteristická hodnota pevnosti oceli v tahu na mezi kluzu
$g_d$	návrhová hodnota stálého zatížení
$g_k$	charakteristická hodnota stálého zatížení
$q_d$	návrhová hodnota nahodilého zatížení
$q_k$	charakteristická hodnota nahodilého zatížení
$I$	moment setrvačnosti průřezu
$i$	poloměr setrvačnosti průřezu
$L_n$	světélé rozpětí desky
$L$	rozpětí desky
$l_{bd}$	návrhová kotevní délka
$l_{b,min}$	minimální kotevní délka
$l_{b,rqd}$	základní kotevní délka
$\alpha$	koeficienty pro kotvený prut
$M_{Ed}$	návrhová hodnota momentového zatížení
$M_{Rd}$	návrhová hodnota momentové únosnosti průřezu
$N_{Ed}$	návrhová hodnota normálové síly
$N_{Rd}$	návrhová hodnota normálové únosnosti průřezu
$s$	světlá vzdálenost výztuže
$s_{min}$	minimální požadovaná světlá vzdálenost výztuže
$V_{Ed}$	návrhová hodnota posouvající síly
$V_{Rd,c}$	návrhová únosnost ve smyku nevyztuženého průřezu
$V_{Rd,c,max}$	maximální hodnota únosnosti ve smyku

---

$x$	poloha neutrální osy
$x_{lim}$	limitní poloha neutrální osy
$Z_c$	rameno vnitřních sil průřezu
$\varepsilon_c$	poměrné přetvoření betonu
$\varepsilon_s$	poměrné přetvoření oceli
$\varphi$	průměr výztuže
$\gamma$	objemová tíha materiálu
$\rho$	stupeň vyztužení
$\psi$	kombinační součinitel
$\lambda$	štíhlost
$\sigma_{sd}$	napětí ve výztuži
$x, y, z$	lokální souřadnicový systém

## **8. Seznam příloh**

P1) Podklady

P2) Výkresy

P3) Stavební postup a vizualizace

P4) Statický výpočet

Popisný soubor závěrečné práce

Prohlášení o shodě listinné a elektronické formy VŠKP

Elektronická podoba práce na CD (2x)